

| | |
|---|--|
| FACOLTÀ | Scienze MM FF NN |
| ANNO ACCADEMICO | 2013/2014 |
| CORSO DI LAUREA | Matematica |
| INSEGNAMENTO | Sistemi Dinamici con Laboratorio |
| TIPO DI ATTIVITÀ | Caratterizzante |
| AMBITO DISCIPLINARE | Formazione Modellistico-Applicativa |
| CODICE INSEGNAMENTO | 15569 |
| ARTICOLAZIONE IN MODULI | SI |
| SETTORI SCIENTIFICO DISCIPLINARI | MAT/07 |
| DOCENTE RESPONSABILE (MODULO 1) | Gaetana Gambino RU Università di Palermo |
| DOCENTE RESPONSABILE (MODULO 2) | Maria Carmela Lombardo PA Università di Palermo |
| CFU | 12 |
| NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE | 204 |
| NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITÀ DIDATTICHE ASSISTITE | 96 |
| PROPEDEUTICITÀ | nessuna |
| ANNO DI CORSO | 2° |
| SEDE DI SVOLGIMENTO DELLE LEZIONI | Aula 5 del Dipartimento di Matematica ed Applicazioni |
| ORGANIZZAZIONE DELLA DIDATTICA | Lezioni frontali, Esercitazioni in aula, Esercitazioni in laboratorio |
| MODALITÀ DI FREQUENZA | Facoltativa |
| METODI DI VALUTAZIONE | Prova Scritta, Prova di Laboratorio, Prova Orale |
| TIPO DI VALUTAZIONE | Voto in trentesimi |
| PERIODO DELLE LEZIONI | Primo semestre, Secondo semestre |
| CALENDARIO DELLE ATTIVITÀ DIDATTICHE | Consultabile al sito: http://www.scienze.unipa.it/matematica/mate/ |
| ORARIO DI RICEVIMENTO DEGLI STUDENTI | Prof. M.C. Lombardo Mercoledì 11-13 Dott. G. Gambino Giovedì 11-13 |

RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI

Conoscenza e capacità di comprensione

Equilibrio e stabilità per un sistema dinamico. Orbite periodiche e cicli limite. Dipendenza di un sistema dinamico da un parametro e biforcazioni. Acquisire le metodiche disciplinari e essere in grado di utilizzare descrizioni e modelli matematici di interesse scientifico. Gli studenti conseguono conoscenza e capacità di comprensione con la frequenza delle lezioni, la partecipazione alle esercitazioni e alle attività di laboratorio, l'attività di studio individuale.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione

Gli studenti sono in grado di formalizzare matematicamente problemi di moderata difficoltà e di estrarre informazioni qualitative da dati quantitativi. In particolare acquisiranno le seguenti

capacità: capacità dell'analisi della stabilità di un equilibrio di un sistema dinamico mediante la tecnica della linearizzazione e del Teorema di Liapunov, capacità di applicare il criterio di Poincaré-Bendixon per l'esistenza di un ciclo limite, capacità di ridurre a forma normale un sistema dinamico nei pressi di una biforcazione e costruirne numericamente il diagramma di biforcazione, capacità di applicare tecniche asintotiche in presenza di piccoli parametri, capacità di simulare numericamente un sistema dinamico finito-dimensionale.

Gli obiettivi formativi vengono raggiunti tramite la risoluzione di semplici problemi proposti durante lo svolgimento del corso e durante le attività di laboratorio.

La verifica del raggiungimento degli obiettivi formativi avviene mediante prove di verifica svolte in itinere e alla conclusione del corso.

Autonomia di giudizio

Capacità di formulare un modello matematico evolutivo e di determinarne i limiti di applicabilità anche confrontando le soluzioni numeriche con i risultati sperimentali. Capacità di estendere i limiti di applicabilità di un modello incrementandone la complessità. Comprendere modelli matematici associati a situazioni concrete derivanti da altre discipline. Fare esperienza di lavoro di gruppo durante le attività di laboratorio.

Abilità comunicative

Possedere strumenti e competenze adeguati per la comunicazione. In particolare: capacità di esporre ad una classe degli ultimi anni della scuola secondaria superiore un elementare problema fisico-matematico o bio-matematico, di motivarne il relativo modello matematico e di discutere criticamente le soluzioni analitiche e/o numeriche trovate.

Capacità d'apprendimento

Capacità di comprendere semplici articoli scientifici (come quelli che compaiono nella Sezione "Education" della rivista "SIAM Review") aventi per oggetto modelli fisico-matematici e/o bio-matematici e di seguire l'analisi teorica e numerica di tali modelli. Proseguire gli studi della modellistica matematica e della fisica matematica con un alto grado di autonomia.

OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO 1: L'obiettivo primario del corso è quello di introdurre gli strumenti elementari per l'analisi qualitativa di un sistema dinamico finito-dimensionale e per lo studio delle sue soluzioni nello spazio delle fasi. Tali strumenti sono i seguenti:

- 1) Linearizzazione attorno a un punto di equilibrio ed analisi della sua stabilità per mappe;
- 2) Linearizzazione attorno a un punto di equilibrio ed analisi della sua stabilità per sistemi continui;
- 3) Studio del ritratto di fase globale.

Ulteriore obiettivo è quello di introdurre lo studente alle problematiche tipiche della modellistica matematica mediante la formulazione e l'analisi teorica e numerica di semplici modelli fisico-matematici o bio-matematici.

| MODULO 1 | Mappe, Equilibri, Stabilità |
|---------------------|--|
| ORE FRONTALI | LEZIONI FRONTALI |
| 6 | Presentazione del corso. Introduzione alla teoria dei sistemi dinamici, definizione di sistema dinamico discreto e sua soluzione, sistemi lineari e non lineari, spazio delle fasi, orbite, punti di equilibrio, stabilità. Metodo del cobweb. |
| 7 | Sistemi dinamici discreti a un passo lineari: spazio delle soluzioni, equilibri e stabilità. Classificazione topologica dei punti singolari: nodi repulsivi, nodi attrattivi, punti sella, centri. Sistemi dinamici discreti lineari a più passi: studio analitico e numerico delle soluzioni. Teorema di linearizzazione. |
| 7 | Sistemi dinamici continui: definizione di sistema dinamico continuo e sua soluzione, sistemi lineari e non lineari, spazio delle fasi, orbite, punti di equilibrio, stabilità. Teorema di Cauchy. Dipendenza continua dai dati iniziali. Teorema di Hartmann-Grossmann. |
| 8 | Sistemi dinamici continui lineari: studio dello spazio delle soluzioni, ritratto di fase. Oscillatore armonico semplice, smorzato e forzato. |
| 8 | Processi evolutivi con spazio delle fasi unidimensionale: il modello di Malthus, l'equazione logistica e sua derivazione, la curva di Gompertz, modelli di compensazione e depensazione, depensazione critica, effetto Allee. Modelli di popolazioni con caccia: con termine di caccia costante e con tasso lineare. Modelli di popolazioni con isteresi: la larva del pino. |

| | |
|---|---|
| 4 | Modelli di sistemi dinamici con ritardo: l'equazione logistica con tasso di crescita ritardato, studio del periodo di oscillazione. |
| 8 | Processi evolutivi con spazio delle fasi multidimensionale: Modelli di popolazioni interagenti: competizione, simbiosi, predazione. Modelli predatore-preda. Il ritratto di fase globale dei modelli di Lotka-Volterra. |

OBIETTIVI FORMATIVI DEL MODULO 2: L'obiettivo primario del corso è quello di introdurre gli strumenti elementari per l'analisi qualitativa di un sistema dinamico finito-dimensionale in sistemi dinamici piani e in R^n anche in presenza di parametri. Tali strumenti sono i seguenti:

- 1) Costruzione e analisi del diagramma di biforcazione in presenza di dipendenza parametrica;
- 2) Teorema di Poincaré-Bendixon;
- 3) Analisi asintotica di un sistema dinamico in presenza di un piccolo parametro.

Ulteriore obiettivo è quello di approfondire le tematiche affrontate nel modulo 1 mediante la formulazione e l'analisi teorica e numerica di modelli di interesse fisico-matematico e bio-matematico.

| MODULO 2 | Biforcazioni e Perturbazioni Singolari |
|--------------------------|---|
| ORE FRONTALI | LEZIONI FRONTALI |
| 12 | Teoria delle biforcazioni: Attrattori di un sistema dinamico. Biforcazione nei punti regolari per sistemi dinamici 1D: biforcazione sella-nodo, biforcazione transcritica, biforcazione pitchfork. Biforcazioni imperfette e cenni di teoria delle catastrofi. Studio delle biforcazioni di un sistema dinamico bidimensionale in presenza di un autovalore nullo. Varietà centrale e teorema della varietà centrale. |
| 10 | Insiemi ω -limite e α -limite. Cicli limite. Condizioni per la non-esistenza di orbite chiuse: teorema di Dulac. Teorema di Liapunov. Sistemi gradiente. Cicli limite. Stabilità dei cicli limite. Il teorema di Poincaré-Bendixon. Sistemi conservativi. Sistemi Hamiltoniani. |
| 10 | Elementi di analisi asintotica. Definizioni di espansione asintotica ed esempi. Perturbazione asintotica regolare. Perturbazione asintotica singolare. Strato limite iniziale. Il metodo delle scale multiple. Stima dell'errore. Cinetica degli enzimi. La legge dell'azione di massa. Reazioni enzimatiche. Il modello di Michaelis-Menten. L'ipotesi degli stati pseudo-stazionari. Analisi asintotica del modello. |
| 8 | Sistemi oscillanti del tipo slow-fast: Sistemi dinamici con due diversi tempi scala. Studio qualitativo nel piano delle fasi del flusso. Condizioni per l'esistenza del ciclo limite. L'oscillatore di Van Der Pol: determinazione del periodo di oscillazione. |
| 8 | Modellizzazione matematica della fisiologia cellulare: Dinamica cellulare. Corrente ionica: il modello di Hodgkin-Huxley. Dipendenza temporale delle conduttanze cellulari. Il sistema dinamico di Hodgkin-Huxley. Analisi qualitativa. Lo spazio delle fasi su scala temporale corta. Lo spazio delle fasi su scala temporale lunga. Una versione semplificata del modello: l'approssimazione di FitzHugh-Nagumo. Analisi qualitativa del modello. |
| TESTI CONSIGLIATI | <p>Mooney-R. Swift, A Course in Mathematical Modeling, The Mathematical Association of America, 1999.</p> <p>Salinelli E., Tomarelli F., Modelli dinamici discreti, Springer, 2005.</p> <p>S.H. Strogatz, Nonlinear Dynamics and Chaos, Westview Press, 2000.</p> <p>J.D.Murray, Mathematical Biology, 3rd edition, Springer-Verlag, 2002.</p> <p>F. Brauer, C.Castillo Chavez, Mathematical models in Population Biology and Epidemiology, Springer, 2000.</p> <p>J.Keener- J.Sneyd, Mathematical Physiology, Springer-Verlag, 1998.</p> <p>K. Chen, P. Giblin, A. Irving Mathematical explorations with MATLAB, Cambridge University Press, 1999.</p> |