

<b>FACOLTÀ</b>	SCIENZE
<b>ANNO ACCADEMICO</b>	2012/2013
<b>CORSO DI LAUREA</b>	Scienze Fisiche
<b>INSEGNAMENTO</b>	Algebra e Geometria
<b>TIPO DI ATTIVITÀ</b>	Di Base
<b>AMBITO DISCIPLINARE</b>	Discipline Matematiche e Informatiche
<b>CODICE INSEGNAMENTO</b>	03687
<b>ARTICOLAZIONE IN MODULI</b>	NO
<b>NUMERO MODULI</b>	1
<b>SETTORI SCIENTIFICO DISCIPLINARI</b>	MAT/03
<b>DOCENTE RESPONSABILE</b>	VINCENZO PIPITONE Professore Associato Università di Palermo
<b>CFU</b>	6
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLO STUDIO PERSONALE</b>	94
<b>NUMERO DI ORE RISERVATE ALLE ATTIVITÀ DIDATTICHE ASSISTITE</b>	56
<b>PROPEDEUTICITÀ</b>	Nessuna
<b>ANNO DI CORSO</b>	I
<b>SEDE DI SVOLGIMENTO DELLE LEZIONI</b>	Aula A
<b>ORGANIZZAZIONE DELLA DIDATTICA</b>	Lezioni frontali, Esercitazioni in aula
<b>MODALITÀ DI FREQUENZA</b>	Facoltativa
<b>METODI DI VALUTAZIONE</b>	Prova Scritta, Prova Orale
<b>TIPO DI VALUTAZIONE</b>	Voto in trentesimi
<b>PERIODO DELLE LEZIONI</b>	I semestre
<b>CALENDARIO DELLE ATTIVITÀ DIDATTICHE</b>	Secondo il calendario del corso di laurea
<b>ORARIO DI RICEVIMENTO DEGLI STUDENTI</b>	lunedì, martedì, ore 11:00-13:00; giovedì ore 10:30-13:00

### **RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI**

#### **Conoscenza e capacità di comprensione**

Acquisizione dei concetti di spazi affini e affini euclidei con i metodi dell'algebra lineare. Buona conoscenza degli strumenti di indagine per la individuazione degli elementi caratterizzanti le trasformazioni che operano in tali spazi. Comprendere le proprietà essenziali delle figure geometriche immerse nell'uno o nell'altro degli spazi.

#### **Capacità di applicare conoscenza e comprensione**

Capacità di riconoscere con disinvoltura in quali di questi ambienti si deve operare per affrontare e risolvere problematiche geometriche di supporto alla fisica. Essere in grado di schematizzare fenomeni naturali con strumenti dell'algebra lineare, di matematizzare problemi fisici e risolverli con metodi geometrici e/o analitici, dando una interpretazione fisica dei risultati.

#### **Autonomia di giudizio**

Corretta interpretazione del fenomeno, da suddividere eventualmente in più fasi consequenziali, e individuazione tra i possibili metodi di soluzione quello più appropriato al contesto.

**Abilità comunicative**

Capacità di esprimere, con proprietà di linguaggio e uso corretto di termini scientifici, idee, concetti, metodi interpretativi di fenomeni e approcci a possibili soluzioni delle problematiche correlate ad interlocutori quali docenti (nel corso di un esame o seminario), colleghi di un gruppo di studio, o di diverso livello di competenze specifiche (nel corso di una conferenza a carattere divulgativo).

**Capacità d'apprendimento**

In conclusione l'attesa è il possesso di sufficienti conoscenze e abilità che consentono un autonomo studio di approfondimento successivo e, soprattutto, l'utilizzo dei metodi logico deduttivi e scientifici in contesti diversi della vita socio-professionale.

**OBIETTIVI FORMATIVI DEL CORSO**

Conoscere gli elementi di base dell'Algebra Lineare e le relative applicazioni alla Geometria, come da programma. Conoscere le dimostrazioni dei principali teoremi. Saper definire uno spazio vettoriale attraverso una base; stabilire la dipendenza lineare di un sistema di vettori attraverso la determinazione del rango. Saper definire una trasformazione lineare attraverso il calcolo matriciale. Saper stabilire la struttura di un sistema lineare e metterla in relazione con la struttura geometrica dell'insieme delle soluzioni. Saper determinare gli autovalori, gli autovettori e i relativi autospazi di un endomorfismo. Saper determinare un ente algebrico o geometrico soggetto a condizioni. Saper studiare la mutua posizione di due sottospazi. Saper impostare correttamente un ragionamento ipotetico-deduttivo.

ORE FRONTALI	LEZIONI FRONTALI
1	Presentazione del corso e consigli utili per un buon apprendimento.
1	Teoria elementare degli insiemi. Relazioni, applicazioni. Strutture algebriche.
1,5	Spazi vettoriali. Dipendenza ed indipendenza lineare. Base e dimensione di uno spazio vettoriale (teoremi relativi). Teorema della base incompleta. Teorema della dimensione. Relazione di Grassmann. Iperpiano vettoriale.
1,5	Spazio vettoriale $E_3$ dei vettori (liberi) dello spazio ordinario. Interpretazione geometrica della lineare dipendenza e indipendenza di vettori di $E_3$ : vettori paralleli, vettori complanari.
2	Omomorfismi (applicazioni lineari) tra spazi vettoriali. Esempi. Nucleo e immagine. Spazio $\text{Hom}(E, F)$ . Prodotto di omomorfismi. L'anello unitario $\text{End}(E)$ . Il gruppo $\text{GL}(E)$ . Rango di un omomorfismo e teorema relativo. Teoremi di equivalenza. Teorema di unicità. Spazi isomorfi. Proiezioni, simmetrie, omotetie.
2	Equazioni di un omomorfismo (endomorfismo). Spazio vettoriale $M_{(m,n)}(K)$ delle matrici. Isomorfismo tra $M_{(m,n)}(K)$ e $\text{Hom}(E_n, F_m)$ , tra $M_n(K)$ e $\text{End}(E_n)$ . Moltiplicazione (righe per colonne) di matrici. Matrice di un omomorfismo composto. Proprietà della moltiplicazione tra matrici. Matrice unità. Matrici invertibili e loro proprietà. Equazioni del cambiamento di base e matrice di passaggio. Matrici equivalenti e loro relazione con le matrici di un omomorfismo. Matrici simili e loro relazione con le matrici di un endomorfismo. Trasposta di una matrice. Matrice simmetrica, antisimmetrica.
2	Determinante di una matrice quadrata, di un sistema di vettori. Minore, cofattore di un elemento. Teoremi di Laplace. Proprietà dei determinanti. Regola di Sarrus. Calcolo dell'inversa di una matrice. Teorema di Binet (solo enunciato). Matrici ortogonali.
3	Rango di una matrice. Sistema di equazioni lineari. Matrice completa (incompleta) di un sistema lineare. Sistema di Cramer e formula risolutiva. Determinante caratteristico di un sistema lineare. Condizioni di compatibilità di un sistema lineare. Teorema di Rouchè-Capelli. Metodo di eliminazione di Gauss. Sistema lineare omogeneo. Teorema di Kronecker (solo enunciato).

	Forma canonica diagonale di una matrice.
3	Autovalori ed autovettori di un endomorfismo (di una matrice). Autospazio. Polinomio caratteristico, equazione caratteristica. Autovalori semplici e multipli. Spettro degli autovalori di matrici simili. Endomorfismi e matrici diagonalizzabili. Condizioni di diagonalizzazione di un endomorfismo (di una matrice quadrata): I, II e III criterio di diagonalizzazione. Forma diagonale di una matrice diagonalizzabile. Diagonalizzazione simultanea di due matrici diagonalizzabili. Forma diagonale a blocchi di una matrice. Teorema di Hamilton-Cayley. Autospazio generalizzato. Stringa di autovettori generalizzati. Blocco di Jordan. Forma di Jordan.
1,5	Ulteriori operazioni tra vettori di $E_3$ : prodotto scalare, prodotto vettore, prodotto misto di tre vettori, proprietà relative. Versori. Basi ortonormali. Espressioni dei prodotti scalare, vettore e misto in componenti rispetto ad una base ortonormale. Coseni direttori di un vettore. Baricentro di un sistema di punti.
2,5	Applicazione bilineare. Spazio vettoriale $B(E \times F, G)$ . Forma bilineare, espressione polinomiale. Matrice di una f. bil. Espressione matriciale: ${}^tX \cdot A \cdot Y = {}^tY \cdot A \cdot X$ . Cambiamento di basi. F. bil. su E. F. bil. simmetrica. Matrice di una f. bil. sim. Spazio $B_s(E, K)$ . Forma quadratica, proprietà. Discriminante di una f. quad.. F. quad. reale. Vettori coniugati rispetto ad una f. bil. sim. Sottospazi coniugati. Nucleo di una f. bil. sim. F. quad. degenerare, non degenerare. Vettore isotropo. Base coniugata rispetto ad una f. bil. sim. F. quad. reale definita (semidefinita) positiva (negativa), non definita. Disuguaglianze di Schawarz, di Minkowski.
2	Prodotto scalare. Norma di un vettore. Versore. Disuguaglianza triangolare. Distanza euclidea. Angolo di due vettori. Vettori ortogonali. Sottospazi ortogonali. Base ortogonale, ortonormale. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Espressione del prodotto scalare, della norma e dell'angolo in componenti. Cambiamento ortonormale di basi.
3	Definizione e proprietà di uno spazio affine. Bipunti, vettori affini. Baricentro di un sistema di punti. Varietà affini parallele. Riferimento affine, riferimento cartesiano ortonormale. Punti linearmente indipendenti. Sistemi di punti che definiscono un riferimento affine. Coordinate affini, cartesiane. Distanza di due punti, punto medio di un segmento, baricentro di un triangolo. Cambiamento di riferimento affine e ortonormale. Varietà determinata da un punto e da un sistema libero di vettori. Equazioni vettoriale parametrica, scalari parametriche di una varietà affine. Equazione di un iperpiano affine. Angolo di due rette. Parametri direttori di una retta. Equazione vettoriale di un iperpiano e vettore giacitura. Condizione di parallelismo tra rette, tra retta e iperpiano, tra iperpiani. Intersezione tra retta e iperpiano non paralleli. Distanza di un punto da un iperpiano. Angolo di due iperpiani Condizione di ortogonalità tra rette, tra retta e iperpiano, tra iperpiani.
2	<u>Piano affine euclideo</u> : Riferimenti cartesiani. Assi coordinati. Equazione parametrica vettoriale di una retta, equazioni parametriche scalari. Equazione cartesiana, segmentaria, esplicita, di una retta; coefficiente angolare. Vettore direttore, coseni direttori di una retta. Fascio proprio, improprio di rette. Distanza di due punti, distanza di un punto da una retta. Semplici luoghi geometrici.
1,5	Equazione della circonferenza. Equazione della tangente ad una circonferenza in un suo punto e regola degli sdoppiamenti. Potenza di un punto rispetto ad una circonferenza; asse radicale di due circonferenze. Fascio di circonferenze.

	Coniche: equazione dell'ellisse, dell'iperbole, della parabola.
2,5	Spazio affine euclideo: Riferimenti cartesiani. Assi coordinati, piani coordinati. Equazione vettoriale parametriche di un piano. Vettore giacitura di un piano. Equazione cartesiana di un piano. Equazioni generali di una retta ed espressione dei parametri direttori. Fascio proprio, improprio di piani. Stella propria, impropria di piani. Equazioni ridotte di una retta, parametri ridotti. Stella propria, impropria di rette. Complanarità di due rette. Rette sghembe, retta di minima distanza, minima distanza. Equazione della sfera. Equazione del piano tangente ad una sfera in un suo punto e regola degli sdoppiamenti. Circonferenza nello spazio. Coni, cilindri, superfici di rotazione.
<b>ESERCITAZIONI</b>	
1	Spazi vettoriali, sottospazi, sistemi di generatori, dipendenza e indipendenza lineare, basi.
1	Applicazioni lineari.
2	Matrici, determinanti. Regola di Sarrus. Applicazione dei teoremi di Laplace. Determinazione dell'inversa di una matrice invertibile.
2	Matrici di applicazioni lineari e proprietà correlate. Determinante di un endomorfismo e proprietà correlate. Equazioni di applicazioni lineari. Costruzione di applicazioni lineari soggette a condizioni.
2	Sistemi lineari, compatibilità e metodi per determinare le soluzioni. Sistema di Cramer. Spazio soluzione di un sistema omogeneo.
4	Autovalori e autovettori di un endomorfismo. Diagonalizzazione. Forme di Jordan.
3	Applicazioni bilineari, forme bilineari. Forme quadratiche. Prodotto scalare. Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Cambiamento di base.
3	Spazi affini. Varietà affine e sua direzione. Varietà parallele. Iperpiani. Riferimenti affini, coordinate affini di punti. Equazioni di varietà affini. Spazio affine euclideo e problemi di misura. Semplici luoghi geometrici.
3	Applicazioni nel piano. Circonferenze e coniche.
3	Applicazioni nello spazio ordinario. Sfera e quadriche. Superfici di rotazione.
<b>TESTI CONSIGLIATI</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. M. J. STOKA - Corso di Geometria. Terza edizione - ISBN 88-13-19192-8 - CEDAM, PADOVA.</li> <li>2. M. J. STOKA – V. PIPITONE - Esercizi e problemi di Geometria. Terza Edizione. Vol. I. - ISBN 88-13-21287-9 - CEDAM, PADOVA.</li> <li>3. ANTONELLA CARFAGNA – LIA PICCOLELLA - Complementi ed esercizi di geometria e algebra lineare. Seconda edizione - ISBN 88-08-7257-6. ZANICHELLI, BOLOGNA.</li> <li>4. PAOLO MAROSCIA - Geometria e Algebra Lineare. Cod. 3253 ZANICHELLI, BOLOGNA.</li> <li>5. P. DE BARTOLOMEIS – Algebra Lineare. LA NUOVA ITALIA.</li> <li>6. F. FAVA – Calcolo vettoriale e Geometria Analitica. LEVROTTO E BELLA, TORINO.</li> <li>7. Appunti distribuiti durante le lezioni.</li> </ol>